

제 2 교시

수학 영역



1. 정수 k 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을

$$a_n = \left(\frac{|k|}{3} - 2\right)^n$$

이라 하자. 수열 $\{a_n\}$ 이 수렴하도록 하는 모든 정수 k 의 개수는?

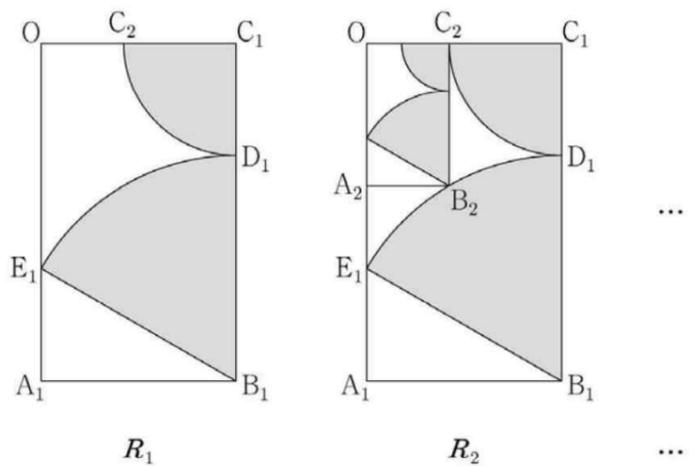
[2022학년도 예시문항 수학 미적분 24번]

- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

2. 그림과 같이 $\overline{OA_1} = \sqrt{3}$, $\overline{OC_1} = 1$ 인 직사각형 $OA_1B_1C_1$ 이 있다. 선분 B_1C_1 위의 $\overline{B_1D_1} = 2\overline{C_1D_1}$ 인 점 D_1 에 대하여 중심이 B_1 이고 반지름의 길이가 $\overline{B_1D_1}$ 인 원과 선분 OA_1 의 교점을 E_1 , 중심이 C_1 이고 반지름의 길이가 $\overline{C_1D_1}$ 인 원과 선분 OC_1 의 교점을 C_2 라 하자. 부채꼴 $B_1D_1E_1$ 의 내부와 부채꼴 $C_1C_2D_1$ 의 내부로 이루어진 \curvearrowright 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 OA_1 위의 점 A_2 , 호 D_1E_1 위의 점 B_2 와 점 C_2 , 점 O 를 꼭짓점으로 하는 직사각형 $OA_2B_2C_2$ 를 그리고, 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 직사각형 $OA_2B_2C_2$ 에 \curvearrowright 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[2022학년도 예시문항 수학 미적분 26번]



- ① $\frac{5+2\sqrt{3}}{12}\pi$ ② $\frac{2+\sqrt{3}}{6}\pi$ ③ $\frac{3+2\sqrt{3}}{12}\pi$
 ④ $\frac{1+\sqrt{3}}{6}\pi$ ⑤ $\frac{1+2\sqrt{3}}{12}\pi$

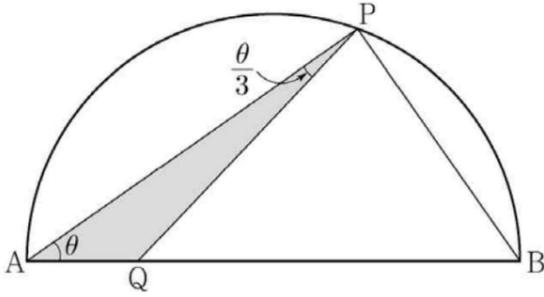
3. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 위에 점 P가 있고, 선분 AB 위에 점 Q가 있다.

$\angle PAB = \theta$ 이고 $\angle APQ = \frac{\theta}{3}$ 일 때, 삼각형 PAQ의 넓이를

$S(\theta)$, 선분 PB의 길이를 $l(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{l(\theta)}$ 의 값은?

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)

[2022학년도 예시문항 수학 미적분 28번]



- ① $\frac{1}{12}$
- ② $\frac{1}{6}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{3}$
- ⑤ $\frac{5}{12}$

4. 함수 $f(x) = e^x + x - 1$ 과 양수 t 에 대하여 함수

$$F(x) = \int_0^x \{t - f(s)\} ds$$

가 $x = \alpha$ 에서 최댓값을 가질 때, 실수 α 의 값을 $g(t)$ 라 하자.

미분가능한 함수 $g(t)$ 에 대하여 $\int_{f(1)}^{f(5)} \frac{g(t)}{1 + e^{g(t)}} dt$ 의 값을

구하시오.

[2022학년도 예시문항 수학 미적분 29번]

5. 두 양수 a, b ($b < 1$)에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + ax & (x \leq 0) \\ \frac{\ln(x+b)}{x} & (x > 0) \end{cases}$$

이라 하자. 양수 m 에 대하여 직선 $y = mx$ 와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $g(m)$ 이라 할 때, 함수 $g(m)$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

$\lim_{m \rightarrow \alpha^-} g(m) - \lim_{m \rightarrow \alpha^+} g(m) = 1$ 을 만족시키는 양수 α 가 오직 하나 존재하고, 이 α 에 대하여 점 $(b, f(b))$ 는 직선 $y = \alpha x$ 와 곡선 $y = f(x)$ 의 교점이다.

$ab^2 = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이고, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ 이다.)

[2022학년도 예시문항 수학 미적분 30번]